



UNMAS DENPASAR

**Panitia Mahasendika
Program Studi Pendidikan Matematika
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Mahasaraswati Denpasar**

Website: www.mahasendika.unmas.ac.id
Sekretariat: Jalan Kamboja No.11A Denpasar 80223
Telp/Fax: (0361) 240985, CP: 082142494288
E-mail: mahasendika@unmas.ac.id



PIAGAM PENGHARGAAN

Nomor: 50/PAN-MHSDK/MAT/III/2020

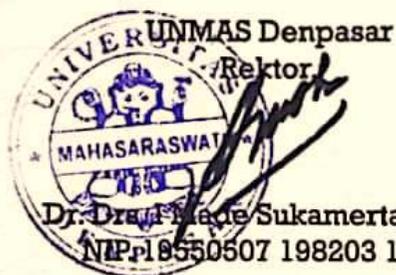
Diberikan Kepada

Dr. Kadek Adi Wibawa, S.Pd., M.Pd

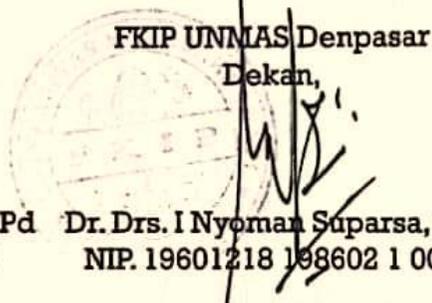
Atas Partisipasinya Sebagai

PEMAKALAH

Dalam Acara Mahasaraswati Seminar Nasional Pendidikan Matematika (MAHASENDIKA)
Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Mahasaraswati Denpasar, pada Sabtu, 14 Maret 2020



UNMAS Denpasar
Rektor,
Dr. Drs. I Made Sukamerta, M. Pd
NIP. 19550507 198203 1 003



FKIP UNMAS Denpasar
Dekan,
Dr. Drs. I Nyoman Suparsa, MS
NIP. 19601218 198602 1 001

PSP Matematika
Ketua,
I Made Dharma Atmaja, S.Pd., M.Pd.
NPK. 82.8710.345

Panitia Mahasendika
PSP Matematika FKIP UNMAS DPS
Ketua,
Dr. Kadek Adi Wibawa, S.Pd., M.Pd.
NPK. 82.8817.506

Yth Bapak/Ibu Author,

Kami mengucapkan Selamat atas terpilihnya abstrak Bapak/Ibu yang berjudul "**Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Pembuktian Tak Langsung pada Materi Geometri Non-Euclid**" untuk dibawakan dalam acara Mahasaraswati Seminar Nasional Pendidikan Matematika (MAHASENDIKA) 2020 yang akan dilaksanakan di Universitas Mahasaraswati Denpasar, Bali pada Tanggal 14 Maret 2020.

Untuk berikutnya kami harapkan Bapak/Ibu untuk segera mengirimkan full paper (dgn Abstrak yang sudah direvisi, jika terdapat revisi (attach komentar reviewer)) ke e-mail: mahasendika@unmas.ac.id dengan batas waktu sampai Tanggal 1 Maret 2020. Terkait dengan keresmian pendaftaran dan partisipasi Bapak/Ibu dalam MAHASENDIKA 2020, kami juga mengharapkan Bapak/Ibu segera melakukan pembayaran ke rekening:

BRI 0241 01 009900 50 6 (A.n Putu Suarniti Noviantari)

[TERDAPAT KESALAHAN PADA NOMOR REKENING DI PAMFLET, MOHON GUNAKAN NO REK DI EMAIL INI] dan mengirimkan bukti pembayaran melalui contact person MAHASENDIKA 2020.

Jika Bapak/Ibu memiliki pertanyaan terkait MAHASENDIKA 2020, Bapak/Ibu dapat menghubungi panitia via e-mai: mahasendika@unmas.ac.id, atau ke contact person: 082142494288 (Dr. Kadek Adi Wibawa, M.Pd), 082146540681 (I Putu Ade Andre Payadnya, M.Pd), 081805524124 (Kadek Rahayu Puspadewi, M.Pd). Sampai bertemu di MAHASENDIKA 2020 Bali!

Terimakasih

Best Regards,
Panitia

ISBN 978-602-5872-46-4



PROSIDING

Mahasaraswati Seminar Nasional Pendidikan Matematika 2020

*'Pembelajaran Matematika Inovatif yang Berorientasi HOTS
di Era Revolusi Industri 4.0'*

Denpasar, 14 Maret 2020



PROSIDING MAHASARASWATI SEMINAR NASIONAL PENDIDIKAN

MATEMATIKA 2020

*"Pembelajaran Matematika Inovatif yang Berorientasi HOTS
di Era Revolusi Industri 4.0"*

ISBN : 978-602-5872-46-4

Steering committee :

1. I Made Dharma Atmaja, S.Pd., M.Pd
2. Drs. Ida Bagus Ketut Perdata, M.Pd

Committee :

1. Dr. Kadek Adi Wibawa, S.Pd., M.Pd (Ketua Panitia)
2. Kadek Rahayu Puspawati, S.Pd., M.Pd (Sekretaris)
3. Putu Suarniti Noviantari, S.Pd., M.Pd (Bendahara)
4. Dr. Drs. I Made Wena, M.Si
5. Dr. I G A Putu Arya Wulandari, S.Si., M.Pd
6. Drs. I Ketut Suwija, M.Si
7. I Putu Ade Andre Payadnya, S.Pd., M.Pd
8. Putu Ledyari Noviyanti, S.Pd., M.Pd

Reviewer :

1. Dr. Kadek Adi Wibawa, S.Pd., M.Pd
2. Dr. I G A Putu Arya Wulandari, S.Si., M.Pd
3. Dr. Drs. I Made Wena, M.Si
4. I Made Dharma Atmaja, S.Pd., M.Pd
5. I Putu Ade Andre Payadnya, S.Pd., M.Pd
6. Drs. Ida Bagus Ketut Perdata, M.Pd
7. Drs. I Ketut Suwija, M.Si
8. Putu Suarniti Noviantari, S.Pd., M.Pd
9. Kadek Rahayu Puspawati, S.Pd., M.Pd
10. Putu Ledyari Noviyanti, S.Pd., M.Pd

Editor :

1. Dr. Kadek Adi Wibawa, S.Pd., M.Pd
2. I Putu Ade Andre Payadnya, S.Pd., M.Pd

Desain Sampul dan Tata Letak :

1. I Gede Arya Sumerta Naya

Penerbit :

Universitas Mahasaraswati Press

Redaksi :

Jln. Kamboja, No.11A Denpasar-Bali

Telp. (0361) 227019, 226505

Fax. 261278; Email. Lppm.unmas.ac.id

Cetakan Pertama, Maret 2020

© Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

Dilarang memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk dan dengan cara apapun tanpa izin tertulis dari penerbit.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan kehadapan Ida Sang Hyang Widhi Wasa/Tuhan Yang Maha Esa, karena berkat rahmat-Nya, Prosiding Mahasaraswati Seminar Nasional Pendidikan Matematika Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Mahasaraswati Denpasar dapat diselesaikan sesuai dengan rencana. Prosiding seminar nasional ini merupakan kumpulan hasil-hasil penelitian di bidang pendidikan dan pembelajaran matematika yang diseminarkan pada bulan Maret 2020.

Terwujudnya prosiding ini tidak terlepas dari kontribusi berbagai pihak. Oleh karena itu, perkenankan kami mengucapkan terimakasih kepada :

1. Yth. Rektor Unmas Denpasar, Dr. Drs. I Made Sukamerta, M.Pd. beserta staf atas masukan dan arahannya dalam pelaksanaan seminar nasional serta dukungan finansial dalam pelaksanaan seminar nasional..
2. Yth. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Mahasaraswati Denpasar, Dr. I Nengah Suparsa, S.Pd., M.Pd beserta staf atas arahan dan bimbingan serta dukungan finansial dalam pelaksanaan seminar nasional.
3. Yth. Kaprodi Pendidikan Matematika FKIP Unmas Denpasar I Made Dharma Atmaja, S.Pd., M.Pd yang telah mendukung dan mengarahkan kegiatan ini sehingga bisa terlaksana dengan baik
4. Yth. Keynote Speaker pada kegiatan Mahasaraswati Seminar Nasional Pendidikan Matematika (Mahasendika), yang pertama Prof. Dr. Tatag Yuli Eko Siswono, S.Pd., M.Pd Dari Universitas Pendidikan Surabaya, Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si dari Universitas Pendidikan Ganesha, dan Dr. Drs. I Made Wena, M.Si dari Universitas Mahasaraswati Denpasar. Terima kasih atas ilmu dan pengalaman yang sudah disampaikan.
5. Seluruh panitia dan pihak lain yang telah berkontribusi terhadap pelaksanaan seminar nasional ini.

Kami menyadari bahwa dalam penyelenggaraan seminar nasional ini masih banyak terdapat kekurangan. Oleh karena itu, ijin kami atas nama panitia pelaksana mohon maaf kepada seluruh peserta yang telah berpartisipasi aktif dalam seminar nasional ini. Semoga prosiding seminar nasional ini bermanfaat.

Panitia

DAFTAR ISI	HALAMAN
Inovasi pembelajaran matematika di era revolusi industri 4.0 Tatag Yuli Ek Siswono	1 – 14
Pembelajaran Berorientasi Hots (<i>Higher Order Thinking Skill</i>) di Era Revolusi Industri 4.0 Untuk Mewujudkan Generasi Indonesia Emas 2045 I Made Wena	15 – 25
Perumusan Tujuan Pembelajaran dan Soal Materi Pecahan Berbasis pada Tingkat Dimensi Pengetahuan dan Dimensi Proses Kognitif I komang Sesara Ariyana	26 – 36
Pengaruh Penerapan Model Pembelajaran Core Terhadap Hasil Belajar Matematika Siswa Kelas VIII SMP Widya Sakti Denpasar Jenilyn Maya Loka, I Made Wena, Kadek Adi Wibawa	37 – 44
Pengembangan Bahan Ajar dengan Pendidikan Matematika Realistik Berorientasi pada Soal HOTS pada Era Revolusi Industri 4.0 di SMA I Komang Sukendra, Putu Dessy Fridayanthi	45 – 54
Perbedaan Hasil Belajar Matematika Siswa yang Diajar Dengan Strategi Pembelajaran <i>Flipped Classroom</i> dan Konvensional Ni Made Sukma Pebriyanti, I Made Wena, I Putu Ade Andre Payadnya	55 – 62
Penerapan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw pada Materi Persamaan Lingkaran untuk Meningkatkan Aktivitas dan Prestasi Belajar Siswa Kelas XI AK 4 SMK Saraswati 1 Denpasar Lysiana Intan Kalli Batu, Putu Suarniti Noviantari, Kadek Adi Wibawa	63 – 70
Meningkatkan Aktivitas dan Prestasi Belajar Siswa pada Materi Persamaan Lingkaran melalui Penerapan Model Pembelajaran <i>Auditory Intellectually Repetition</i> (AIR) pada Siswa Kelas XI MP 1 SMK Saraswati 1 Denpasar Komang Yesi, Putu Suarniti Noviantari, Putu Ledyari Noviyanti	71 – 76
Pengaruh Kepercayaan Diri terhadap Hasil Belajar Matematika Siswa Kelas VIII SMP Negeri 5 Kuta Selatan Putu Tita Inggriani Cintya Dewi, Kadek Rahayu Puspadewi, Kadek Adi Wibawa	77 – 82

Analisis Kesalahan dalam Mengerjakan Soal Pemecahan Masalah Dengan Prosedur Newman pada Siswa Kelas IX C SMP Cipta Dharma Chrisnawatyadelia Anggreni, Kadek Rahayu Puspawati, Putu Ledyari Noviyanti	83 – 92
Meningkatkan Minat dan Prestasi Belajar dengan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe TGT dalam Pembelajaran SPLDV Dewi Fatimah, Ida Bagus Ketut Perdata, Putu Ledyari Noviyanti	93 – 96
Penerapan Model Pembelajaran <i>STAD</i> untuk Meningkatkan Hasil Belajar Siswa Kelas X IPA 8 SMA Negeri 7 Denpasar Tahun Pelajaran 2019/2020 pada Era Revolusi Industri 4.0 Ni Made Ariyatni	97 – 105
Penerapan Model Pembelajaran <i>Problem Solving</i> dalam Penggunaan Soal HOTS untuk Meningkatkan Hasil Belajar Siswa Kelas XI MIPA 1 SMA Negeri 7 Denpasar Tahun Pelajaran 2019/2020 Kd Manik Suriti	106 – 114
Penerapan Pembelajaran dengan Pendekatan STEM dalam Upaya Meningkatkan Hasil Belajar Siswa Kelas XII IPS 1 SMA Negeri 7 Denpasar Tahun Pelajaran 2019/2020 Pada Era Revolusi Industri 4.0 Ayu Wahyuniyati	115 – 124
Meningkatkan Aktivitas dan Prestasi Belajar melalui Penerapan Model Pembelajaran Tipe <i>Numbered Heads Together</i> (NHT) I Gede Dhipa Surapratyayana, Ida Bagus Ketut Perdata, I Ketut Suwija	125 – 129
Analisis <i>HOTS</i> Mahasiswa dalam Konsep Statistika Melalui Tiga Tahapan <i>Metaphorical Thinking</i> I Putu Ade Andre Payadnya, Kadek Adi Wibawa	130 – 137
Penerapan Model Pembelajaran TTW untuk Meningkatkan Aktivitas dan Prestasi Belajar Siswa Kelas VIII A SMP (SLUB) Saraswati 1 Denpasar Ni Made Martina Dewi, Kadek Rahayu Puspawati, I Ketut Suwija	138 – 145
Penerapan Model Pembelajaran <i>Problem Based Learning</i> (PBL) untuk Meningkatkan Hasil Belajar dan Aktivitas Belajar Siswa Kelas VII C SMPK 2 Harapan pada Materi Perbandingan Maria Ni Made Roswita, Kadek Rahayu Puspawati, I Putu Ade Andre Payadnya	146 – 151

Penerapan Model Pembelajaran Matematika Realistik pada Materi Lingkaran untuk Meningkatkan Prestasi Belajar Siswa Kelas VIII I SMP Wisata Sanur Ni Kadek Sulistiani, Kadek Adi Wibawa, I Gusti Ketut Perdata	152 – 158
Kecemasan Matematis (<i>Math Anxiety</i>) Dilihat dari Perbedaan Gender I Gusti Agung Ngurah Trisna Jayantika	159 – 163
Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis dan Hasil Belajar Siswa Kelas XI IPS 1 SMA PGRI 6 Denpasar pada Materi Barisan dan Deret melalui Model Pembelajaran <i>Problem Based Learning</i> Agnes Devi Nur Susanti, Made Wena, I Ketut Suwija	164 – 171
Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika Berdasarkan Prosedur Newman di Kelas X MIPA 4 SMAN 5 Denpasar Yuliana Chandra Dewi Setianing Ayu M., Putu Suarniti Noviantari, I Ketut Suwija	172 – 180
Analisis Kesalahan Siswa dalam Mengerjakan Soal Matematika Berdasarkan Kriteria Watson pada Pokok Bahasan Persamaan dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak Kelas X SMA Negeri 6 Denpasar I Gede Pasek Jaya Negara, Putu Suarniti Noviantari, I Putu Ade Andre Payadnya	181 – 190
Penerapan Pendidikan Karakter dengan Pendekatan Hati di Era Revolusi Industri 4.0 pada Guru SMA Negeri 7 Denpasar Tahun Pelajaran 2018/2019 Cokorde Istri Mirah Kusuma Widiawati	191 – 200
Agresivitas dalam Pembelajaran Kalkulus Gusti Ayu Dessy Sugiharni	201 – 210
Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Siswa Kelas VII D SMPK 2 Harapan melalui Model Pembelajaran <i>Numbered Head Together</i> Tahun Pelajaran 2019/2020 Agustina I Gusti Ayu Adinda Parameswari, Ida Bagus Ketut Perdata, I Putu Ade Andre Payadnya	211 – 214
Perbedaan Hasil Belajar Matematika antara Siswa yang Diajar Dengan Model Pembelajaran SFE dengan Model Pembelajaran Konvensional Ni Luh Putu Sinta Febrianti, Ida Bagus Ketut Perdata, I Ketut Suwija .	215 – 219

Penerapan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe <i>Teams Assisted Individualization (TAI)</i> untuk Meningkatkan Motivasi Belajar dan Pemahaman Matematika Siswa Era Revolusi Industri 4.0 Ketut Widyarin Sulastra	220 – 231
Matematika sebagai Modal dan Model Berpikir Ilmiah I Made Surat	232 – 242
Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Pembuktian Tak Langsung pada Materi Geometri Non-Euclid Kadek Adi Wibawa, I Putu Ade Andre Payadnya	243 – 250

ANALISIS KESALAHAN MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN PEMBUKTIAN TAK LANGSUNG PADA MATERI GEOMETRI NON-EUCLID

¹Kadek Adi Wibawa dan ²I Putu Ade Andre Payadnya

^{1,2}Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Mahasaraswati Denpasar

Email: adiwibawa@unmas.ac.id

ABSTRACT

This study aims to describe the errors that occur in students in completing indirect proof on Non-Euclidean Geometry material. The method used is descriptive research using a qualitative approach. The subjects of this study were 35 students of Mathematics Education Program FKIP Mahasaraswati Denpasar University in the third semester. Researchers provide two indirect proof problems to students. The results showed that there were nine types of errors that occurred. The first error, namely proof of error without supposition; the second error, which is an error in determining the presupposition; the third error, namely errors in referring to the basis of proof (postulate or theorem); the fourth error, namely the error without concluding, the fifth error, namely the error writing symbols; the sixth error, which is proof of error based on a picture or case; the seventh error, namely the error of logical reasoning; The eighth error, namely the error in understanding the problem, and the ninth error, namely the error of proof is incomplete. This research is important to be carried out so that Educators can decide the right learning strategy for students so that errors can be minimized.

Key words: error analysis, indirect proof, and Non-Euclidean Geometry

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kesalahan yang terjadi pada mahasiswa dalam menyelesaikan pembuktian tak langsung pada materi Geometri Non-Euclid. Metode yang digunakan adalah penelitian deskriptif dengan menggunakan pendekatan kualitatif. Subjek penelitian ini adalah mahasiswa program studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Mahasaraswati Denpasar semester III sebanyak 35 mahasiswa. Peneliti memberikan dua masalah pembuktian tak langsung kepada mahasiswa. Hasil penelitian menunjukkan bahwa terdapat sembilan tipe kesalahan yang terjadi. Kesalahan pertama, yaitu kesalahan pembuktian tanpa pengandaian; kesalahan kedua, yaitu kesalahan dalam menentukan pengandaian; kesalahan ketiga, yaitu kesalahan dalam merujuk dasar pembuktian (postulat atau teorema); kesalahan keempat, yaitu kesalahan tanpa menyimpulkan, kesalahan kelima, yaitu kesalahan penulisan simbol; kesalahan keenam, yaitu kesalahan membuktikan berdasarkan gambar atau kasus; kesalahan ketujuh, yaitu kesalahan penalaran logis; Kesalahan kedelapan, yaitu kesalahan dalam memahami soal, dan kesalahan kesembilan, yaitu kesalahan pembuktian tak lengkap. Penelitian ini penting untuk dilakukan agar Pendidik dapat menentukan strategi pembelajaran yang tepat kepada mahasiswa sehingga kesalahan yang terjadi dapat diminimalisir.

Kata Kunci: analisis kesalahan, pembuktian tak langsung, dan Geometri Non-Euclid

PENDAHULUAN

Di era 4.0 ditandai dengan derasnya arus teknologi dan informasi yang berkembang. Banyak informasi yang diterima yang memerlukan kemampuan cerdas dalam memilih dan memilah informasi yang valid. Untuk bisa pada tahap itu diperlukan kemampuan berpikir kritis, yang memiliki ciri berpikir detail, terstruktur, jeli, dan komprehensif serta mampu menunjukkan bukti atau pengalasan (*reasoning*) yang tepat

terhadap setiap informasi yang diterima. Pada mata kuliah geometri non Euclid mahasiswa diminta untuk belajar bagaimana membuktikan suatu teorema yang telah disusun secara terstruktur oleh ahli-ahli Non Euclid. Pumbuktian tersebut meliputi, pembuktian langsung dan tak langsung.

Pada awalnya geometri hanya menitikberatkan pada perhitungan jarak, luas dan volume. Pada abad ke-3 sebelum masehi geometri ditata oleh seorang

matematikawan jenius menjadi aksioma-aksioma Euclid, yang berisikan pernyataan-pernyataan matematika yang bersifat formal dan perlu pembuktian. Sejak saat itu, geometri Euclid menjadi sangat terkenal. Buku Euclid yang pertama berjudul "The Element" berisi tentang definisi, postulat, gagasan umum dan proposisi. Terdapat 23 definisi dalam buku yang disusun oleh Euclid, 5 postulat, 441 proposisi atau dalil. Buku The Element sangat terkenal sejak saat itu, hingga satu ketika terdapat beberapa ahli yang tidak setuju dengan sebagian besar isi buku Euclid. Setidaknya terdapat 3 alasan utama, aliran Non-Euclid mengkritisi buku tersebut, (1) Semua istilah didefinisikan, seperti titik dan garis. Menurut beberapa ahli, titik dan garis tidak perlu untuk didefinisikan. (2) postulat kelima dari Euclid yang terkenal dengan postulat kesejajaran, terlalu panjang sehingga dianggap membingungkan oleh para matematikawan. (3) terdapat dalil yang pembuktiannya tidak logis atau dasar tidak kuat, seperti melalui suatu ruas garis dapat dilukis suatu segitiga samasisi. Berangkat dari sikap kritis inilah lahir Geometri Non-Euclid.

Dalam pembelajaran geometri non euclid, mahasiswa sering kali mengalami kesulitan. Kesulitan yang dialami adalah pada saat mengingat definisi dan postulat, hingga pada pembuktian langsung dan tak langsung. Dalam melakukan pembuktian, mahasiswa perlu memahami definisi, postulat dan teorema sebelumnya yang sudah dibuktikan. Prestasi mahasiswa yang rendah pada matakuliah geometri non euclid mendorong peneliti untuk mencari solusi terbaik, salah satu adalah menganalisis kesalahan-kesalahan yang

terjadi pada saat mahasiswa melakukan pembuktian tak langsung.

METODE PENELITIAN

Data yang dikumpulkan dalam penelitian ini berupa kata-kata atau kalimat sehingga hasil penelitian ini berupa data deskriptif. Analisis data pada penelitian ini bersifat induktif karena kegiatan analisis datanya menggunakan fakta-fakta dari lapangan yang diamati melalui hasil pekerjaan mahasiswa dalam membuktikan suatu teorema. Menurut Creswell (2007), Bogdan & Taylor (dalam Moleong, 2007), serta Yin (2011), penelitian semacam ini tergolong penelitian kualitatif. Penelitian ini dilaksanakan di Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Mahasaraswati Denpasar pada mahasiswa semester 3 sebanyak 35 orang. Penelitian ini dilaksanakan mulai dari bulan September 2019 hingga Januari 2020.

Sesuai dengan studi pendahuluan, dalam penelitian ini jawaban mahasiswa dikelompokkan menjadi 9 tipe kesalahan: (1) kesalahan pembuktian tanpa pengandaian, (2) kesalahan dalam menentukan pengandaian, (3) kesalahan dalam merujuk dasar pembuktian, (4) kesalahan tanpa menyimpulkan, (5) kesalahan penulisan simbol, (6) kesalahan membuktikan berdasarkan gambar atau kasus, (7) kesalahan penalaran logis, (8) kesalahan dalam memahami soal, dan (9) kesalahan pembuktian tak lengkap. Data diambil melalui tes secara klasikal dengan menggunakan 2 soal, kemudian dianalisis dengan cara mendokumentasikan, mengkatogorisasi, mereduksi, dan menarik kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil tes secara klasikal diperoleh data sebagai berikut:

Tabel 1: Rekapitulasi Jawaban Benar dan Salah

Kategori Jawaban	Jumlah Mahasiswa Menjawab	
	Soal 1	Soal 2
Jawaban Benar	12	13
Jawaban Salah	22	21
Tidak Menjawab	1	1

Berdasarkan tabel 1 diperoleh bahwa mahasiswa yang menjawab benar pada soal nomer 1 adalah 12 orang, yang

menjawab salah 22 orang, dan tidak menjawab sebanyak 1 orang. Mahasiswa yang menjawab benar pada soal nomer 2 sebanyak 13 orang, yang menjawab salah ada 21 orang, dan yang tidak menjawab sebanyak 1 orang. Dari tabel 1, diperoleh bahwa siswa yang menjawab salah pada soal nomer 1 sebanyak 62,86 % dan yang menjawab salah pada soal nomer 2 sebanyak 60 %. Tingkat kesalahan lebih besar dibandingkan dengan jawaban benar yang dihasilkan mahasiswa dalam memecahkan masalah pembuktian tak langsung pada geometri non euclid.

Sebaran kesalahan yang terjadi berdasarkan sembilan tipe kesalahan adalah sebagai berikut:

Tabel 2. Sebaran Kesalahan Mahasiswa dalam Memecahkan Masalah Pembuktian Tak Langsung pada Geometri Non-Euclid

Tipe Kesalahan	Tipe Kesalahan	Jumlah Mahasiswa Menjawab	
		Soal 1	Soal 2
1	Kesalahan pembuktian tanpa pengandaian	11	6
2	Kesalahan dalam menentukan pengandaian	0	2
3	Kesalahan dalam merujuk dasar pembuktian	2	1
4	Kesalahan tanpa menyimpulkan	8	5
5	Kesalahan penulisan simbol	8	4
6	Kesalahan membuktikan berdasarkan gambar atau kasus	6	1
7	Kesalahan penalaran logis	10	6
8	Kesalahan dalam memahami soal	3	6
9	Kesalahan pembuktian tak lengkap	1	5

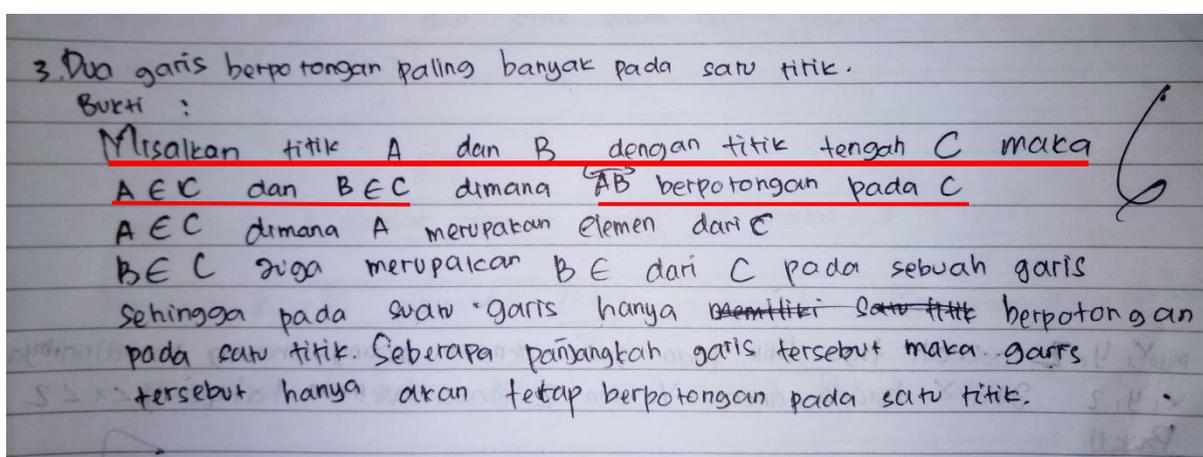
Berdasarkan tabel 2 diperoleh gambaran bahwa mahasiswa yang melakukan kesalahan pembuktian tanpa pengandaian pada soal nomer 1 sebanyak 11 orang dan pada soal nomer 2 sebanyak 6 orang. Kesalahan tipe kedua yaitu

kesalahan dalam menentukan pengandaian pada soal nomer 2 sebanyak 2 orang. Dalam hal ini, mahasiswa membuat pengandaian tetapi pengandaian yang dibuat salah. Kesalahan tipe ketiga yaitu kesalahan dalam merujuk dasar

pembuktian pada soal nomer 1 sebanyak 2 orang dan pada soal nomer 2 sebanyak 1 orang. Kesalahan yang keempat adalah kesalahan tanpa menyimpulkan pada soal nomer 1 sebanyak 8 orang, dan pada soal nomer 2 sebanyak 5 orang. Kesalahan tipe kelima, yaitu kesalahan dalam penulisan simbol pada soal nomer 1 terdapat 8 orang dan pada soal nomer 4 terdapat 4 orang. Kesalahan tipe keenam yaitu kesalahan membuktikan berdasarkan gambar atau kasus pada soal nomer 1 sebanyak 6 orang dan pada soal nomer 2 sebanyak 1 orang. Kesalahan tipe ketujuh yaitu kesalahan

penalaran logis pada soal nomer 1 sebanyak 10 orang dan pada soal nomer 2 sebanyak 6 orang. Kesalahan tipe kedelapan yaitu kesalahan dalam memahami soal pada soal nomer 1 sebanyak 3 orang dan pada soal nomer 2 sebanyak 6 orang. Kesalahan tipe kesembilan yaitu kesalahan pembuktian tak lengkap pada soal nomer 1 sebanyak 1 orang dan pada soal nomer 2 sebanyak 5 orang.

Secara deskriptif kesalahan yang terjadi adalah sebagai berikut:

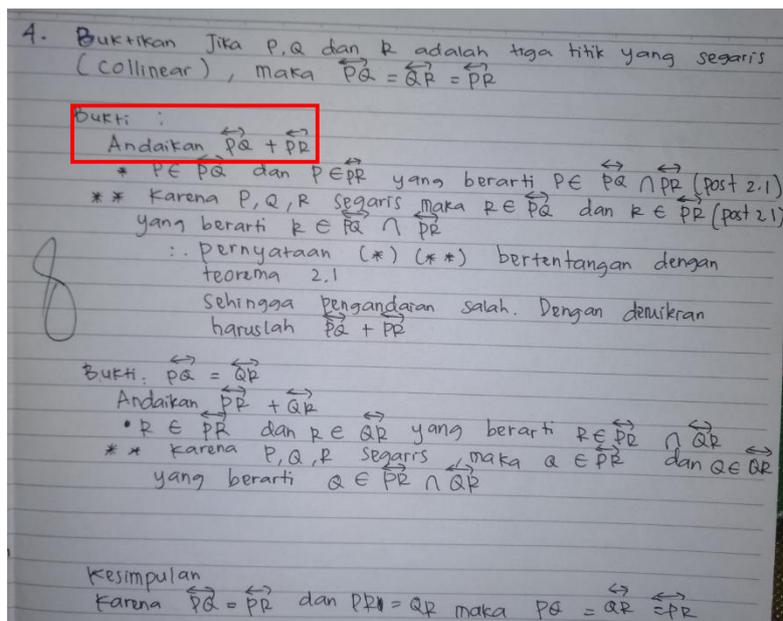


Gambar 1. Kesalahan subjek tipe 1, 4 dan 7 dalam pembuktian tak langsung geometri Non Euclid

Pada jawaban yang diberikan subjek tidak membuat pengandaian, yang mana salah satu langkah yang harus dilakukan dalam melakukan pembuktian tak langsung adalah membuat pengandaian. Kesalahan berikutnya tampak pada garis merah, yang menunjukkan bahwa penalaran yang digunakan tidak logis, atau terjadi kesalahan dalam melakukan penalaran logis. “Misalkan A dan B dengan titik tengah C maka $A \in C$ dan $B \in C$ ” Ketidaklogisan yang terjadi adalah A dan B adalah titik yang merupakan anggota dari titik yang lain yaitu C . Kedua tidak ada hubungna implikasi antara pernyataan

yang dimaksud, walaupun diperkuat dengan pernyataan “ \overline{AB} berpotongan pada C ”. Kesalahan yang terjadi berikutnya adalah kesalahan tipe 4, yaitu kesalahan tanpa membuat kesimpulan. Pembuktian dikatakan selesai jika sudah ada kesimpulan yang diperoleh. Dalam hal ini, subjek tidak menyelesaikan pembuktian hingga selesai.

Kesalahan yang berikutnya adalah kesalahan tipe 2, yaitu kesalahan dalam menentukan pengandaian. Berikut salah satu jawaban dari subjek:

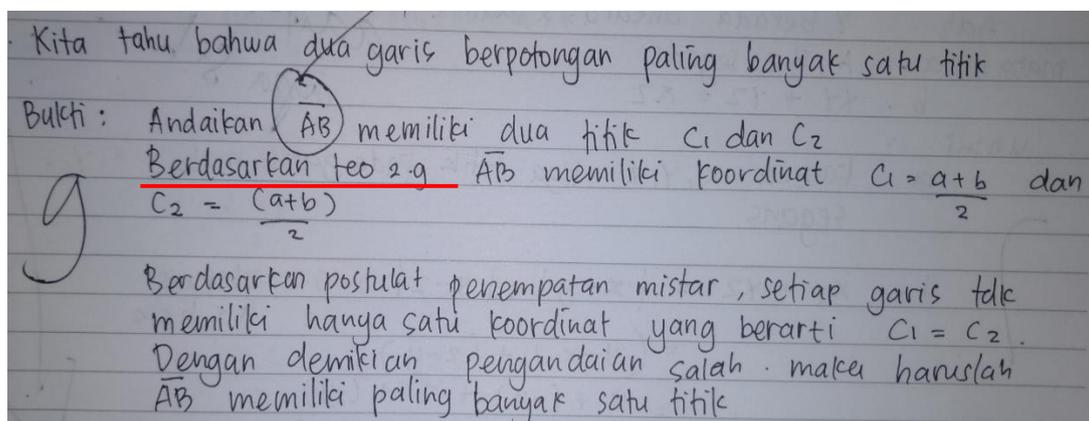


Gambar 2. Kesalahan subjek tipe 2 dalam pembuktian tak langsung geometri Non Euclid

Gambar 2 menunjukkan kesalahan subjek pada saat menentukan pengandaian. Semestinya pengandaian adalah $\vec{PQ} \neq \vec{PR}$ bukan $\vec{PQ} + \vec{PR}$. Pengandaian $\vec{PQ} + \vec{PR}$ tidak memiliki makna pada konteks pembuktian ini. Jika diperhatikan hingga

akhir, kesimpulan yang diambil juga salah.

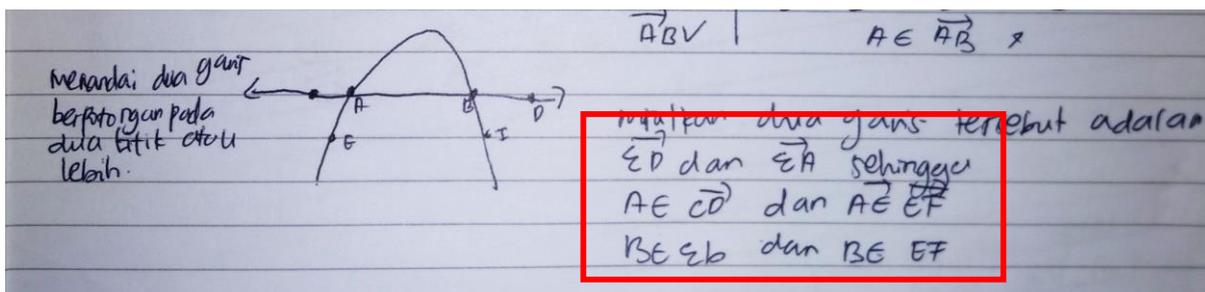
Kesalahan tipe 3 atau kesalahan subjek dalam merujuk dasar, yaitu sebagai berikut:



Gambar 3. Kesalahan subjek tipe 2 dalam pembuktian tak langsung geometri Non Euclid

Gambar 3 menunjukkan bahwa subjek melakukan kesalahan dalam merujuk teorema yang dijadikan dasar untuk membuktikan pernyataan. Dalam hal ini teorema yang dirujuk adalah teorema 2.9 padahal soal yang diberikan adalah modifikasi dari teorema 2.1.

Kesalahan berikutnya adalah kesalahan tipe 5 yaitu kesalahan subjek dalam menuliskan simbol matematika, berikut adalah contohnya:

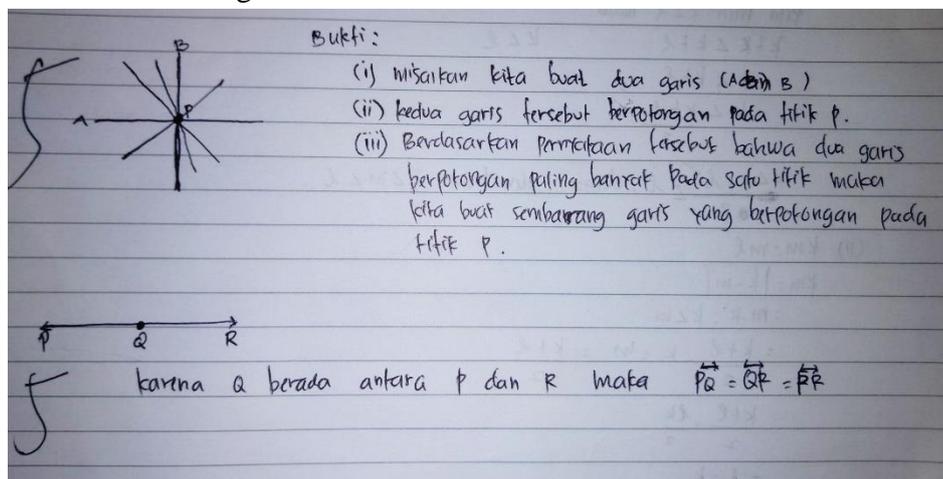


Gambar 4. Kesalahan subjek tipe 5 dalam pembuktian tak langsung geometri Non Euclid

Gambar 4 menunjukkan bahwa subjek melakukan kesalahan dalam penulisan simbol matematika. Mahasiswa tidak bisa membedakan antara EF , \overline{EF} , \overrightarrow{EF} , dan \overleftarrow{EF} . Pada buku yang digunakan EF memiliki arti panjang ruas garis dari titik E ke titik F . \overline{EF} memiliki arti ruas garis dari E ke

titik F . \overrightarrow{EF} memiliki arti sinar garis dari E ke titik F . \overleftarrow{EF} memiliki arti garis \overline{EF} .

Berikutnya kesalahan dalam membuktikan teorema menggunakan gambar. Berikut adalah ilustrasinya:

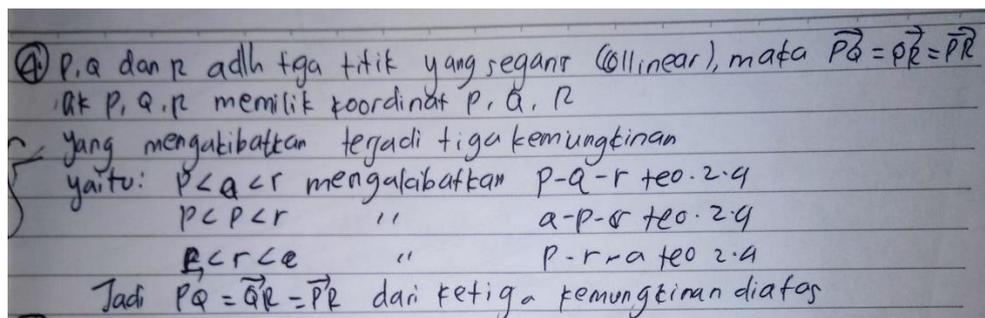


Gambar 6. Kesalahan subjek tipe 5 dalam pembuktian tak langsung geometri Non Euclid

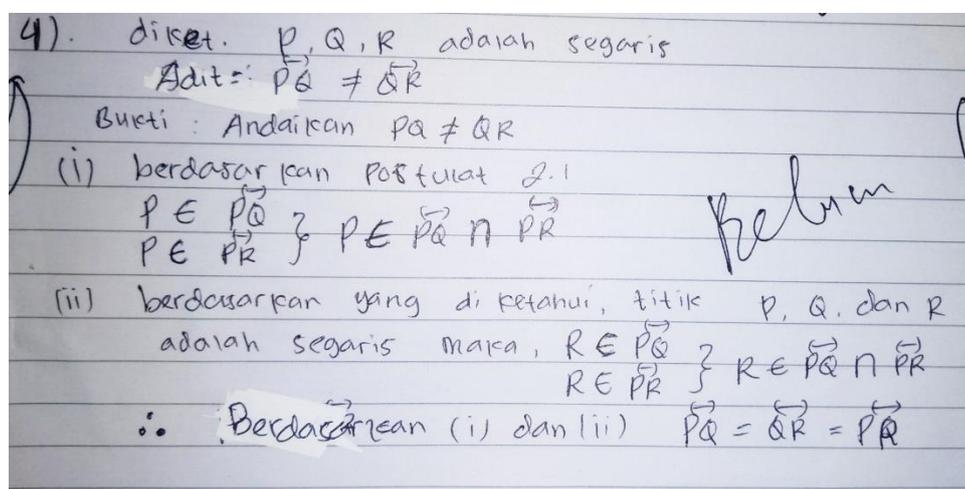
Pada soal nomer 1, subjek menjelaskan gambar yang dibuat dan diyakini sebagai pembuktian. Hal tersebut ditunjukkan dengan pernyataan subjek yaitu "Misalkan kita buat dua garis A dan B ". Kedua garis tersebut berpotongan pada titik P . Berdasarkan..." Begitu juga pada soal nomer 2, subjek sangat yakin melalui gambar yang dibuat pernyataan sudah dibuktikan. Dalam matematika yang

bersifat logis, tidak bisa menerima begitu saja pembuktian hanya menggunakan gambar. Gambar bisa digunakan untuk membantu memahami teorema bukan sebagai bukti dari kebenaran suatu teorema.

Kesalahan dalam memahami masalah juga terjadi dalam pembuktian tak langsung pada geometri non Euclid, berikut adalah contohnya:



Gambar 7. Kesalahan subjek tipe 8 dalam pembuktian tak langsung geometri Non Euclid Pada gambar 7 menunjukkan bahwa subjek tidak memahami pernyataan yang terdapat pada soal, sehingga mengakibatkan kesalahan dalam menentukan arah pembuktian. Memahami masalah merupakan langkah awal dalam melakukan pembuktian. Kesalahan yang terakhir adalah kesalahan pembuktian tak lengkap. Berikut adalah ilustrasinya:



Gambar 8. Kesalahan subjek tipe 9 dalam pembuktian tak langsung geometri Non Euclid

Gambar 8 menunjukkan kesalahan subjek karena mengambil kesimpulan tanpa melakukan pembuktian secara lengkap. Harusnya yang dibuktikan bukannya $\vec{PQ} = \vec{QR}$ tetapi pernyataan $\vec{QR} = \vec{PR}$. Barulah berdasarkan sifat transitif diperoleh $\vec{PQ} = \vec{PR}$. Akibatnya $\vec{PQ} = \vec{QR} = \vec{PR}$.

PENUTUP

Dalam menyelesaikan soal pembuktian tak langsung pada geometri non euclid terdapat 9 tipe kesalahan yang terjadi, yaitu: (1) kesalahan pembuktian tanpa pengandaian, (2) kesalahan dalam

menentukan pengandaian, (3) kesalahan dalam merujuk dasar pembuktian, (4) kesalahan tanpa menyimpulkan, (5) kesalahan penulisan simbol, (6) kesalahan membuktikan berdasarkan gambar atau kasus, (7) kesalahan penalaran logis, (8) kesalahan dalam memahami soal, dan (9) kesalahan pembuktian tak lengkap. Beberapa subjek ada yang mengalami lebih dari 1 kesalahan.

Saran bagi mahasiswa: dalam pembuktian sangat diperlukan berpikir kritis (detail, terstruktur, jeli, dan komprehensif), cara untuk meminimalisir kesalahan adalah dengan mengasah

keterampilan melalui latihan secara berkesinambungan dan terjadwal, pahami materi dengan baik, dan pahami metode pembuktian tak langsung. Bagi dosen (pendidik), gunakan strategi yang inovatif, seperti flipped learning berbasis video, dan strategi lainnya dan tingkatkan interaksi dalam kelas, terutama untuk tujuan pemastian pemahaman siswa tentang materi

DAFTAR PUSTAKA

- Suyitno, A. 2017. Geometri Non Euclid.
Semarang: Unnes Press
- Juniati, D. 2012. Geometri Euclid.
Surabaya: Unesa Press